

Title	一般化サレタ Flow ニツイテ II
Author(s)	松下, 眞一
Citation	全国紙上数学談話会. 2(5) p.103-p.105
Issue Date	1947-06-10
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75178
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

43. 一般化サレタ Flow ニツイテ II

松 下 眞 一 (九大)

(5)

今マデノ所^(*) 全ク代数的ニ話ヲススメテ来タガ、 \mathfrak{L} ニ於ケル
測度ノ關係ヲシラベル事ニ依リ一應 Flowノ分解定理ハ形ヲ整ヘルデ
アラウ。コレモ近藤教授ノ曩ノ論文ノ方法ト *analogous* ニヨツ
テユケル。

即チ \mathfrak{L} ノ上ノ 完全加法的 且 *non-negative* ナ函数トシテノ
測度 $m(a)$, $a \in \mathfrak{L}$ デ

$$i) \quad m(a) = 0 \quad \text{ナラバ} \quad a = 0$$

$$ii) \quad m(E) = 1$$

ヲ満足スルモノヲ考ヘル。

又 \mathfrak{L} ノ上ニ *induce* サレタ 測度 m^* ヲ

$$m^*([x]) = m(x)$$

ト定義スル。スルト (3)^(*)ニ於ケル諸關係ニ対応シテ、

$$a) \quad m^*([x+y]) = m^*([x]) + m^*([y]) \quad \text{但シ} \quad [x] \wedge [y] = 0$$

$$b) \quad m^*([0]) = 0 \quad \text{且ツ} \quad m^*([E]) = 1$$

トナリ、從ツテ $m^*([x]) = m^*([x]_D) + m^*([x]_E)$ ト書ケル。

所方実ハ \mathfrak{E} ハ Stoneノ意味デ *biconpact* 且ツ *totally disconnected* ナ Hausdorff 空間ニナリ \mathfrak{E} ノ要素ハ *closed-open* ナ集合ニナツテキル。從ツテ角谷氏ノ方法デ *Jordan* 測度 m^* ハ *Lebesgue* 測度ニ拡張出來ル。

即チ $A_k (\mathfrak{E} (k=1, 2, \dots))$ ガ互ニ素ナ系列ナラバ

$$m^* \left(\sum_{k=1}^{\infty} A_k \right) = \sum_{k=1}^{\infty} m^*(A_k)$$

デアル。從ツテ *Hopf* ノ定理^(4*)ガツカヘテ \mathfrak{E} カラ 決定サレル *Borel-field* \mathfrak{E}^* ノ上ノ 完全加法的ナ測度ニマデ m^* ヲ拡張スルコトガ出來ル。又同様ニ $[B]$ カラ導カレタ *Boole* 代数 \mathfrak{B} ノ上ノ測度 m^{**} ヲ定義スル。

(6)

サテ $A \in \tilde{B}$ ナルトキ、 $\nu \in A$ ナル如キ ν ヲ含ム $\{\mathfrak{E}\}_{\mathfrak{E}}$ 要素ノ全体ヲ E_A トシ、又 \mathfrak{E} ノアル要素ノ \mathfrak{E} ニ於ケル表現ヲ X トスルトキ

$$m^*(E_A \cdot X) = \Phi_X(A)$$

ナル函数 $\Phi_X(A)$ ヲ考ヘルト、コレハ明ラカニ m^{**} 測度ニ關シテ 絶對連續デアリ。且ツ $A_k (k=1, 2, \dots)$ ガ \tilde{B} ノ互ニ素ナ系列ナルトキ

$$\begin{aligned} \Phi_X \left(\bigvee_{k=1}^{\infty} A_k \right) &= m^* \left(E_{\bigvee_{k=1}^{\infty} A_k} \cdot X \right) \\ &= m^* \left(\left(\bigvee_{k=1}^{\infty} E_{A_k} \right) \cdot X \right) = m^* \left(\bigvee_{k=1}^{\infty} (E_{A_k} \cdot X) \right) = \sum_{k=1}^{\infty} m^*(E_{A_k} \cdot X) \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_X(A_k) \end{aligned}$$

ヨリ $\Phi_X(A)$ ハ A ニ關シテ完全加法的デアル。

依ツテ *Radon-Nikodym* ノ定理ニヨリ m^{**} -measurable ナ函数 $\Theta_X(\nu)$ ガ存在シテ、

$$\Phi_X(A) = \int_A \Theta_X(\nu) dm^{**}.$$

ト書ケル。此即ニ於テ $A = [B]$ トシ且ツ $\Theta_X(\nu) = m_{\nu}^*(X_{\nu})$ ト置ケバ、上ノ式ハ

$$m^*(E_{[B]} X) = \int_{[B]} m_{\nu}^*(X_{\nu}) dm^{**}$$

トナル。以上ヲマトメテ書ケバ、

Theorem 3. $\mathfrak{E}, \tilde{\mathfrak{E}}, \tilde{B}$ ガ以上ノ如ク定義サレタトキ、

$X \in \tilde{\mathcal{E}}$ ハ ソノ代数的ナ分解 = 対応シテ

$$m^*(X) = m^*(X_D) + m^*(X_E)$$

$$\text{且ツ } m^*(X_E) = \int_{[B]} m_\nu^*(X_\nu) dm^{**}$$

トナル。但シ m^* , m^{**} ハ夫々 \mathcal{G} ヨリ導カシタ $\tilde{\mathcal{E}}$, $\tilde{\mathcal{B}}$ ノ上ノ測度デアル。(***)

ナホ スベテノ $\sigma \in S$ = 対シ

$$m(Q^\sigma) = m(Q)$$

ナルトキ S ハ 測度 m = 対シテ *measure Preserving* (m, p) デアルト云ヒ、又 測度 m ハ S = 対シテ *invariant measure* デアルト云フ。

Flow S = 関シテ *invariant measure* ヲミツケル。問題 = 対シテハ此処デハ融レナイガ、唯 S ガ *invariant measure* ヲモツ場合ハ與ハ S ノ *dissipative part* ハ存在シテイ。且ツ S ガ m, p ナ *flow* デアレバ ソレカラ導カレタ U_ν^σ ($\nu \in [B]$) ハ $\tilde{\mathcal{E}}_\nu$ ノ上ノ m, p *flow* = ナルコトヲ注意シテ置カウ。

————— ? —————

(補記). 談話 24 = 於ケル (2) ノ条件ノ中 $(Q^\sigma)'((Q))^\sigma$ $E^\sigma = E$ デナイ限リ 正シクナイシ。且ツ後ノ議論 = 於テ ソレハ不用デアルカラ省略シマス。

(*) 全国紙上数学談話会 第2回 第3号

(**) E. Hopf : *Ergoden Theorie*. J. Springer (1937)

(***) $U^\sigma X (\sigma \in S) =$ 関シテハ :

$$m^*(U^\sigma X) = m^*(U_D^\sigma X_D) + m^*(U_E^\sigma X_E)$$

$$\text{且ツ } m^*(U_E^\sigma X_E) = m^*(\sum_{\nu \in [B]} \oplus U_\nu^\sigma X_\nu) = \int_{[B]} m_\nu^*(U_\nu^\sigma X_\nu) dm^{**}$$

1947. 3. 18